微课“探秘分式方程”教学设计

宜宾市第二中学校 于黎明

 **教学目标：**

1.通过了解数学史上分式方程增根的发现过程， 深刻理解分式方程验根的必要性；

 2.通过探索分式方程的新解法，提升运用数学知识的创新意识；
 3.通过了解分式方程的历史，提高数学素养，树立学好数学的信心.

 **教学重难点：**

 理解分式方程验根的必要性，探索分式方程的新解法.

 **教学过程：**

 **一、情境引入**

学完分式方程后，爱动脑筋的小明和小红，产生了两个疑问

小明：为什么解分式方程时会产生增根，而且还需要验根呢？

小红：是不是存在不验根，也能正确解出分式方程的方法？

同学，你是否也有这些疑惑呢？让我们一起解开这些疑惑吧！

 **二、探秘新知**

 **（一）了解分式方程的历史**

无论是东方还是西方文献中，分式方程的问题出现的都比较晚.直到13世纪，在意大利数学家斐波纳契的《计算之书》以及中国数学家李冶的《测圆海镜》中，才找到分式方程的例子.

在分式方程历史上留下浓墨重彩的一笔的是英国数学家尼古拉斯﹒桑德森，他是在近代第一个将分式方程写入教材的人.

桑德森幼年失明，尽管如此，通过不懈努力，他在代数与几何领域造诣很高，被任命为剑桥大学最负盛名的卢卡斯教授.这个职位，牛顿和霍金都担任过.

**（二）探究分式验根必要性**

同学，你知道吗？尼古拉斯﹒桑德森这样一位伟大的数学家，在解这个分式方程时也犯了错误呢！同学，请你按下暂停键，先动笔解一解这个方程吧！

$$\frac{42x}{x-2}=\frac{35x}{x-3}$$

幻灯出示解题过程和结果.

现在请你仔细观察桑德森的解题思路，细心的你能发现他的错误之处吗？请按下暂停键，思考一下吧！

桑德森的错误之处在于第一步中方程两边同时除以*x*，而这个*x*可能为0.

其实，这个错误是有历史原因的.桑德森生于1682年，死于 1739年，而直到1880年左右，分析的严密化运动使人们确认“0不能做除数”，人们才意识到增根问题.

那么为什么会出现增根呢？

要想解决这个问题，我们需要了解同解方程的概念：如果两个不同的方程式的解相同，那么这两个方程叫做同解方程，一般的，由一个方程的两边同时乘以或者除以同一个不为0的数，得到的方程与原方程同解.

例如$\frac{4}{x-1}=\frac{8}{x} $与$\frac{1}{x-1}=\frac{2}{x}$是同解方程

小明：哦，知道了什么是同解方程，我就明白了，为什么分式方程需要验根了.比如，对于对于分式方程$\frac{4}{x-1}=\frac{8}{x} $来说，解方程的过程中，方程两边同时乘以$x(x-1)$，但是却不能保证其非零.于是，变化前后得到的两个方程不同解，因此就出现了增根的可能，所以解分式方程必须验根.

嗯，小明说的对！同学，你明白了吗？

 **（三）探索分式方程的新解法**

这个方程$\frac{4}{x-1}=\frac{8}{x}$有没有不需要验根的解法呢？

哇！聪明的小红想出办法来啦，我们一起来听听她的想法吧！

小红：我先把方程等号右边的项移到左边，再对左边的两个分式进行通分，把方程整理成分式等于0的形式，这样我就把解方程的问题转化为求解分式值等于0的问题，前面我们已经学习了，分式的值等于0的条件是，分子等于0且分母不等于0 ，这样，我就不用验根也能正确解出这个分式方程啦！

 **三、归纳总结**

小红真棒！相信聪明的你也一定明白这种解法了吧！现在我们来看一下两种解法的不同之处吧！

小明的解法首先对方程两边同乘一个整式*x*(*x*–1).因为不能确保*x*(*x*-1)非0，增根就有可能出现，所以他的解法需要验根.小红的解法没有对方程两边同乘整式，而是把解分式方程转化为了分数值等于零的问题来解决，因此不需要验根.同学，你明白了吗？

好啦！愉快的探索之旅结束了，相信屏幕前的你，一定收获满满吧.同学，下节课再见！

**教学设计说明**

1.本课从HPM的视角出发设计教学

 历史上数学家遇到的困难，正是学生也会遇到的学习障碍，因此数学史是教学的指南------ M·克莱因

数学概念漫长而曲折的历史、数学家所遇到的挫折和失败能使学生获得真知灼见和探究问题的勇气.本课中桑德森的错误解法会让学生意识到，伟大的数学家也会犯错误，从而不为自己对问题的暂时不理解而气馁，树立起学习好数学的信心

学生的学习困难，具有历史相似性.用数学史解决学生认知障碍，正是遵循了人们认识数学对象的规律.本课设计中先补充给出同解方程的概念，再探究分式方程验根必要性，遵循数学史上知识的发生顺序，更易于学生深刻理解.

2.本课在设计中充分使用学生喜闻乐见的动画形式、动画配音、动画人物来调动学生的学习积极性，消除学生对数学知识的惧怕.

3.本课设计学生在了解增根产生原因、理解验根必要性的基础上，探索不验根解分式方程的方法.探索不验根解分式方程的方法这个活动既促使学生对验根必要性进行深度理解，又促进学生创新性思维的培养.